

ESERCIZI DI MATEMATICA (SOLUZIONI)

PROPRIETÀ DELLE OPERAZIONI

1) Stabilisci quale o quali proprietà sono state applicate alle seguenti espressioni:

$264 + 6 + 324 + 176 = 270 + 500$	[Associativa dell'addizione]
$(21 + 35 + 49) : 7 = 3 + 5 + 7$	[Distributiva della divisione rispetto all'addizione]
$4 \times (100 + 75 + 40) = 400 + 300 + 160$	[Distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione]
$36 - 18 = 38 - 20$	[Invariantiva della sottrazione]
$12 \times 70 \times 8 = 12 \times 7 \times 10 \times 8 = 12 \times 7 \times 80$	[Dissociativa della moltiplicazione, Associativa della moltiplicazione]
$34 \times 123 \times 117 \times 0 \times 15 = 0$	[Esistenza elemento assorbente della moltiplicazione]
$25 \times 17 \times 1 = 25 \times 17$	[Esistenza elemento neutro della moltiplicazione]
$3 \times 6 \times 2 = 6 \times 3 \times 2 = 6 \times 6$	[Commutativa della moltiplicazione, Associativa della moltiplicazione]

2) Applica alle seguenti espressioni le proprietà indicate:

$(16 + 8 + 24 + 12) : 4$	distributiva e associativa	$[4 + 2 + 6 + 3 = 4 + 8 + 3]$
$138 + 23 + 137 + 42$	associativa e commutativa	$[138 + 160 + 42 = 138 + 42 + 160]$
$94 - 76$	invariantiva	$[(94 + 4) - (76 + 4)]$
$24 + 3 + 76$	commutativa e associativa	$[24 + 76 + 3 = (24 + 76) + 3]$
$25 \times 8 \times 5 \times 2$	dissociativa e associativa	$[5 \times 5 \times 8 \times 5 \times 2 = 5 \times 40 \times 10]$
$(15 + 25 + 35) \times 2$	distributiva	$[30 + 50 + 70]$
$60 : 15$	invariantiva	$[(60 : 3) : (15 : 3)]$
$15 \times 2 \times 5 \times 4$	associativa	$[30 \times 20]$

3) Indica l'unica alternativa corretta.

Quale (o quali) delle 4 operazioni gode della proprietà *invariantiva*?

- Addizione e sottrazione
- Moltiplicazione e divisione
- Solo moltiplicazione
- x** Sottrazione e divisione
- Tutte e quattro le operazioni

Quale delle seguenti proprietà non esiste?

- x** Distributiva della sottrazione rispetto alla divisione
- Associativa della moltiplicazione
- Dissociativa dell'addizione
- Distributiva della divisione rispetto all'addizione
- Esistenza elemento neutro nella moltiplicazione

Quale (o quali) delle seguenti operazioni gode della proprietà *commutativa*?

- Addizione e sottrazione
- x** Addizione e moltiplicazione
- Solo l'addizione
- Solo la divisione
- Tutte e quattro le operazioni

In quale caso l'assenza delle parentesi lascia invariata l'espressione?

- x** $10 + (18 - 6)$
- $(7 - 2) \cdot 3$
- $20 \div (5 \cdot 2)$
- $18 - (6 - 4)$
- $(4 + 2) \div 2$

ZERO E UNO NELLE DIVISIONI

Ricorda: la DIVISIONE è l'operazione INVERSA della MOLTIPLICAZIONE.

4)	VERO O FALSO?	V	F	MOTIVA LA RISPOSTA
	$0:7 = 0$	x		$0 \cdot 7 = 0$
	$4:0 = 4$		x	$4 \cdot 0 \neq 4$
	$3:1 = 3$	x		$3 \cdot 1 = 3$
	$8:8 = 1$	x		$1 \cdot 8 = 8$

PROBLEMI SU PROPORZIONI E PERCENTUALI

- 5) Un tablet scontato del 20% costa 300 euro. Qual è il costo originario sul quale è stato praticato lo sconto? [375 euro]
- 6) Alle elezioni politiche italiane del 1968 per la Camera dei Deputati hanno votato 33.001.644 elettori su un totale di 35.566.493 aventi diritto al voto, mentre a quelle del 2008 hanno votato 37.874.569 elettori su un totale di 47.041.814 aventi diritto (fonti del Ministero dell'Interno). Utilizzando opportuni rapporti percentuali, verifica che, rispetto al 1968, nel 2008 si sono persi circa 12 votanti su 100, ovvero il 12% degli aventi diritto al voto. Cosa ti fa pensare questo fenomeno, relativamente alla fiducia dei cittadini nelle Istituzioni nel 2008, rispetto a quella che avevano nel 1968?

- 7) Luigi e Paolo investono la stessa somma di denaro. Dopo il primo anno, la somma investita da Luigi è aumentata del 10% e quella investita da Paolo è diminuita del 5%. Luigi e Paolo decidono di reinvestire per un altro anno ancora le somme ottenute dopo il primo anno. Nel secondo anno Luigi perde il 5%, mentre Paolo guadagna il 10%. Se Luigi e Paolo hanno investito inizialmente una somma di 1000 euro ciascuno, quanto avrà ciascuno dei due alla fine del secondo anno?
[I due amici si ritrovano alla fine del secondo anno con la stessa somma.]
- 8) Per ottenere 225 kg di calce viva si adoperano 0.5 tonnellate di calcare; quanta calce viva si ottiene con 200 tonnellate di calcare? [90 t]

PROBLEMI SU MCD e mcm

- 9) Si vuole piastrellare una stanza rettangolare, avente dimensioni di 360 cm e 280 cm, con il minore numero possibile di mattonelle quadrate uguali, senza tagliare alcuna mattonella. Quante mattonelle sono necessarie? [63 mattonelle di lato 40 cm]
- 10) Un pasticcere ha a disposizione 48 zeppole, 36 biscottini, 72 brioches e 24 cannoli. Vuole confezionare il massimo numero possibile di vassoi uguali, ciascuno contenente tutti i tipi di pasticcini, in modo da non avanzarne alcuno. Quanti vassoi può preparare? Quanti pasticcini di ogni tipo deve contenere ogni vassoio?
[12 vassoi; $48:12 = 4$ zeppole/vassoio; $36:12 = 3$ biscottini/vassoio; $2:12 = 6$ brioches/vassoio; $24:12 = 2$ cannoli/vassoio.]
- 11) Tre orologi suonano uno ogni 4 ore, uno ogni 12 ore e uno ogni 5 ore. Oggi è lunedì e suonano contemporaneamente alle 18. In quale giorno e a quale ora suoneranno di nuovo contemporaneamente? [Giovedì alle 6]

FRAZIONI

- 12) Completa le seguenti uguaglianze in modo che risultino VERE, inserendo anche, ma solo se necessario, le parentesi tonde:

$$\frac{0}{5} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\frac{7}{7} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{-9}{9} = -1$$

$$\frac{-5}{-1} = 5$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$$

$$\frac{-10 + 10}{-12} = 0$$

$$\frac{2 - (-3)}{5} = 1$$

$$\frac{-10 - (-4)}{21 + (-15)} = -1$$

$$\frac{3 - 11}{3 - 4} = 8$$

$$2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$

CONFRONTO TRA NUMERI RAZIONALI

13) Riscrivi ordinando in modo crescente (dal minore al maggiore) i seguenti numeri.

$$0,3 \quad 1,7 \quad 0,23 \quad 0,2 \quad 1,08 \quad 1,66 \quad [0,2 - 0,23 - 0,3 - 1,08 - 1,66 - 1,7]$$

14) Metti in ordine crescente i seguenti numeri, poi rappresentali sulla retta orientata.

$$\frac{1}{3}, -1, -\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 0,1\bar{6} \quad [-1 \quad -\frac{2}{3} \quad 0,1\bar{6} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{2}]$$

15) Inserisci tra i due numeri il segno $>$, $<$ o $=$, motivando la risposta

$$\frac{2}{5} \dots \frac{3}{5} \quad \frac{3}{4} \dots \frac{3}{5} \quad \frac{12}{13} \dots \frac{5}{4} \quad \frac{16}{12} \dots \frac{4}{3} \quad \frac{8}{5} \dots \frac{5}{3} \quad [<, >, <, =, <]$$

ESPRESSIONI NELL'INSIEME Q

16) Semplifica le seguenti espressioni:

$$\bullet \left\{ \left[-\frac{4}{5} - \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{5} - \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{5}{14} + 1 \right] : \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + \frac{19}{20} \right) + \frac{9}{4} \right\} : 2 = \quad \left[\frac{3}{8} \right]$$

$$\bullet \left(3 - \frac{3}{2} \right)^2 : \left[-4 : \left(-\frac{2}{3} \right) - \frac{24}{5} \right] \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) : \left(3 - \frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{5}{4} \right)^2 = \quad [-1]$$

POTENZE

17) VERO O FALSO?

V F

$$10^4 = 40 \quad \mathbf{x}$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \mathbf{x}$$

$$\left(\frac{2}{5} \right)^3 = \frac{2^3}{5} \quad \mathbf{x}$$

$$3 \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2 = 16 \quad \mathbf{x}$$

$$2 \cdot 3^2 = 36 \quad \mathbf{x}$$

$$-7^2 = -(7^2) \quad \mathbf{x}$$

$$(-3)^4 = -3^4 \quad \mathbf{x}$$

$$(-3)^4 = 3^4 \quad \mathbf{x}$$

$$(-2)^5 = 2^5 \quad \mathbf{x}$$

$$(-2)^5 = -2^5 \quad \mathbf{x}$$

ZERO E UNO NELLE POTENZE

18) VERO O FALSO?	V	F
$1^5 = 1^{10}$	x	
$7^0 = 2^0$	x	
$3^0 = (-4)^0$	x	
$0^0 = 1$		x
$0^3 = 0^8$	x	

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

19) VERO O FALSO?	V	F
$4^2 + 5^2 = 9^2$		x
$16^5 : 8^5 = 2^5$	x	
$7^3 \cdot 10^3 = 70^3$	x	
$2^3 \cdot 5^4 = 10^7$		x
$2^3 \cdot 5^4 = 10^{12}$		x
$(2^3)^5 = 2^8$		x
$10^{12} : 10^4 = 10^3$		x

ESPRESSIONI NEGLI INSIEMI N, Z, Q CON LE PROPRIETÀ DELLE POTENZE

20) Semplifica le seguenti espressioni applicando, quando possibile, le proprietà delle potenze:

- $\{[(-2)^4 \cdot (-2)^7]^2 : [(-2)^8 : (-2)^6]^9 - (-2)^3\} : (-24) =$ [-1]
- $(12^2)^4 \cdot 12^3 \cdot 2^{11} : 24^8 : 6^3 + 3^0 =$ [65]
- $\left[\frac{15}{8} \cdot \left(\frac{15}{8}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \cdot 6^2 =$ [$\frac{9}{2}$]
- $5^3 \cdot 3^3 \cdot (-15)^4 : (-15)^5 : 5^2 =$ [-9]
- $\left(-\frac{3}{2}\right)^7 \cdot \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{6}\right)^3 : \left(-\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(1 - \frac{7}{9}\right)^4 \cdot 9 =$ [- $\frac{1}{9}$]

MONOMI E POLINOMI

- 21)** È dato il monomio $3^4 a^2 b^3 c$.
Qual è il suo grado complessivo? [6]
Qual è il grado rispetto alla lettera a ? [2]
Qual è il grado rispetto alla lettera d ? [0]
- 22)** È dato il polinomio $-\frac{2}{5}xz^2 - \frac{1}{2}y^2 + 4xyz$.
Qual è il suo grado complessivo? [3]

23) Scrivi l'opposto del binomio $2a - 3b$.

$[3b - 2a]$

24) **Semplifica le seguenti espressioni:**

$$\left(\frac{2}{3}ab^3\right)^2 : (-4a^2b^4) =$$

$\left[-\frac{1}{9}b^2\right]$

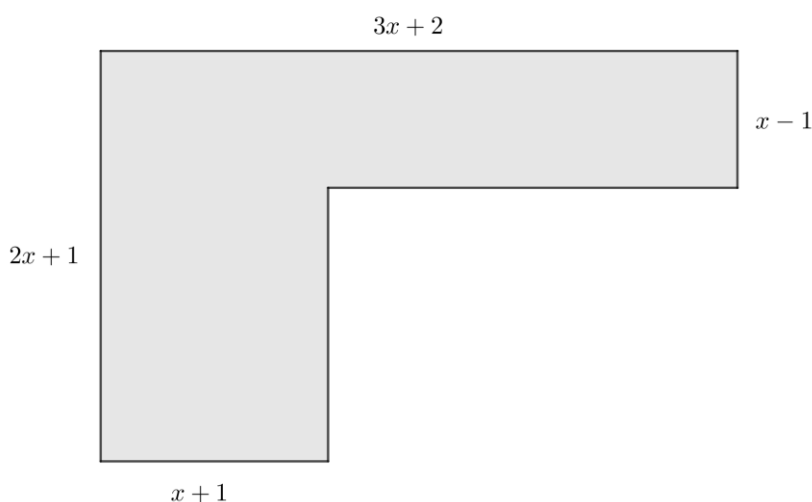
$$\left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + 2\left(x - \frac{1}{2}y\right)\left(x + \frac{1}{2}y\right)$$

$[4x^2]$

PROBLEMI CON I POLINOMI

25) Calcola area e perimetro in funzione di x della figura a fianco, classifica il polinomio ottenuto e trova il valore di area e perimetro per $x = 3$.

[perimetro = $10x + 6$; area = $4x^2 + 2x$; perimetro = 36; area = 42]



EQUAZIONI

26) **Delle seguenti equazioni, individua quelle Determinate, Indeterminate e Impossibili, dando ovviamente un'adeguata motivazione.**

a) $2(x+1) = 2x+1$

b) $6x+3 = 7x+1$

c) $6x+5 = 7x+5$

d) $6x+5 = 6x+7$

e) $2(1-x^2) = -2(x^2-1)$

f) $3x-3 = -3$

[a) Impossibile, b) Determinata, c) Determinata, d) Impossibile, e) Indeterminata, f) Determinata]

27) **Risolvi le seguenti equazioni, prestando attenzione all'insieme di definizione indicato a fianco.**

g) $-8(3+x) + 3(3-x) - 5 = -6x - 10(x+2) - 5$ $x \in \mathbf{N}$ [$x = -1$, ma $-1 \notin \mathbf{N}$, per cui $S = \emptyset$]

h) $\frac{1}{4}(12-5x) - \frac{1-x}{2} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$ $x \in \mathbf{Z}$ [$S = \{3\}$]

i) $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + 3x = \frac{1}{4} + x(x+2)$ $x \in \mathbf{Z}$ [$S = \{0\}$]

EQUAZIONI E PROBLEMI

28) Traduci in equazione algebrica le seguenti frasi in linguaggio naturale, poi risolvi, infine fai la verifica.

- Arrigo e Leo hanno rispettivamente 48 e 14 biglie di vetro. Il papà dei due ragazzi decide di regalare loro altre biglie, in ugual numero per ciascuno, in modo tale che Arrigo ne venga così a possedere il triplo di Leo. Quante biglie regalerà a ciascun figlio il generoso babbo? $[48+n=3(14+n), \text{ da cui } n=3]$

- Determina due numeri interi consecutivi, tali che la differenza dei loro quadrati sia 13. $[(x+1)^2 - x^2 = 13, \text{ da cui } x=6, \text{ per cui i due numeri sono } 7 \text{ e } 6]$

- Se a un angolo si aggiunge la metà del suo complementare si ottiene un angolo che supera di 3° la terza parte di un angolo piatto. Determina l'ampiezza dell'angolo.

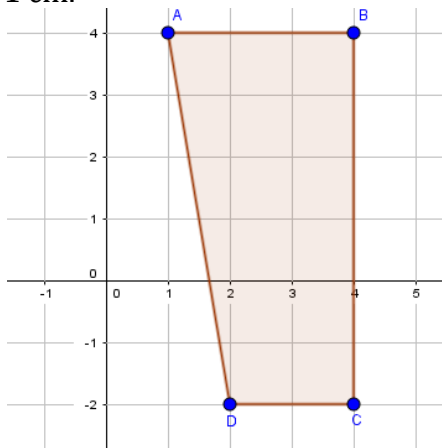
$$[\alpha + \frac{90^\circ - \alpha}{2} = 3^\circ + \frac{180^\circ}{3}, \text{ da cui } \alpha = 36^\circ]$$

AREA DELLE FIGURE

29) In un triangolo rettangolo l'area misura 216 cm^2 e il cateto maggiore misura 24 cm . Calcola il perimetro del triangolo. $[72 \text{ cm}]$

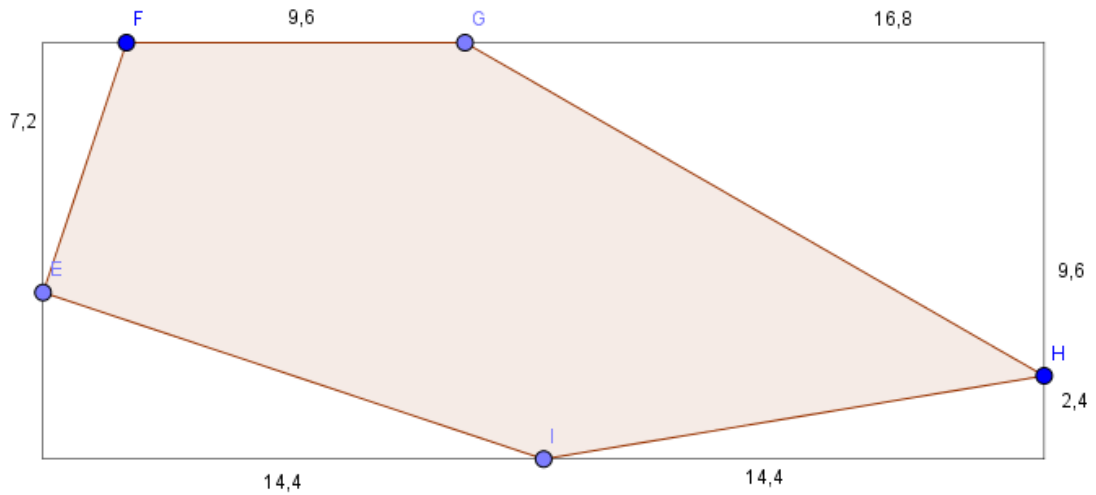
30) Le diagonali di un rombo misurano rispettivamente 36 cm e 48 cm . Calcola l'area e il perimetro del rombo. Quanto misura la sua altezza? $[\text{Area}=864 \text{ cm}^2, \text{ perimetro}=120 \text{ cm}, \text{ altezza}=28,8 \text{ cm}]$

31) Trova l'area del poligono sul piano cartesiano assumendo che il lato di un quadretto sia 1 cm . $[15 \text{ cm}^2]$

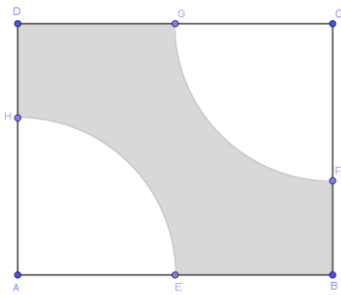


32) Calcola l'area del poligono scuro tenendo conto delle informazioni sulla figura.

[204,48 cm²]

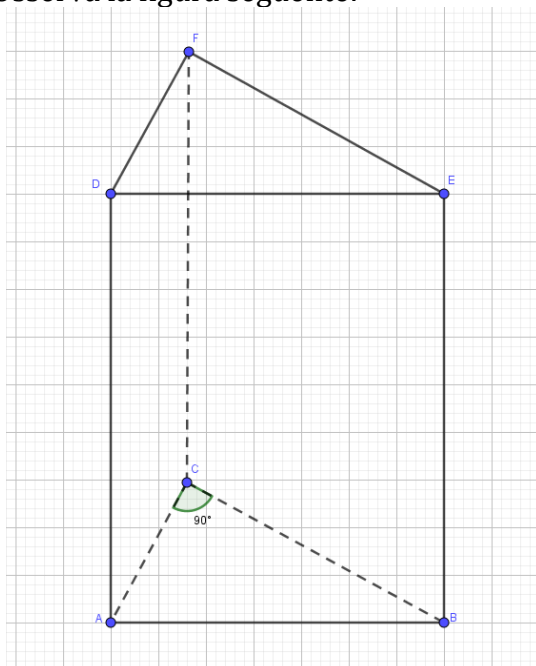


33) Il rettangolo in figura ha le seguenti dimensioni: AB=30cm, BC=24 cm AE=FC=15cm. Determina l'area della parte colorata. [Considera $\pi \approx 3,14$, Area $\approx 366,75$ cm²]



34) Un rettangolo ha la base e l'altezza che misurano rispettivamente 25 cm e 32 cm. Calcola l'area laterale e totale e il volume del cilindro che si ottiene ruotando il rettangolo di 360° attorno al lato maggiore. [Al=1600 π cm² At=2850 π cm² V=20000 π cm³]

35) Osserva la figura seguente:



Dati

AC= 9 cm

BC=12 cm

BE=36 cm

Determinare:

Area Totale=?

Volume=?

[1404 cm²]

[1944 cm³]